

TD5 — Grammaires

Théorie des langages

Exercice 1 Rappelons le lemme de pompage :

Soit $L \subseteq \Sigma^*$ un langage régulier. Alors il existe une constante $n \in \mathbb{N}$ telle que pour tout $m \in L$ de longueur au moins n , il existe $u, v, w \in \Sigma^*$ satisfaisant :

- $m = uvw$
- $|uv| \leq n$
- $|v| \geq 1$
- $uv^i w \in L$ pour chaque entier $i \geq 0$

Montrez que ces langages ne sont pas réguliers :

1. $L_1 = \{a^k b a^k \mid k \in \mathbb{N}\}$
2. $L_2 = \{a^k b^{2k+1} \mid k \in \mathbb{N}\}$
3. $L_3 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Exercice 2 Considérons la grammaire :

$S \rightarrow (L) \mid a$
 $L \rightarrow L, S \mid S$

1. Déterminez les arbres d'analyse pour les phrases suivantes :

- (a) (a, a)
- (b) $(a, (a, a))$
- (c) $(a, ((a, a), (a, a)))$

2. Construire une dérivation gauche pour chaque phrase de la question 1

3. Construire une dérivation droite pour chaque phrase de la question 1

Exercice 3 Considérons la grammaire :

$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$

1. Montre que cette grammaire est ambiguë en construisant deux dérivations gauche différentes pour la phrase $abab$.

2. Construisez les dérivations droites correspondant à $abab$.

3. Construisez les arbres d'analyse correspondant à $abab$.

Exercice 4 Considérons la grammaire :

$S \rightarrow S(S)S \mid \epsilon$

Trouvez un exemple pour montrer que cette grammaire est ambiguë.